

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

EJEMPLO DE SESIÓN DE TRABAJO CON UN MODELO DE ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO MÁS AMPLIO QUE EL PROPUESTO EN LA EVALUACIÓN.

EN PRIMER LUGAR OBSERVA

Abre el programa **OpenOffice Calc** y (con la orden **Archivo Abrir**) el modelo **Ecuaseg.ods**. Obsérvalo bien y verás que contiene tres hojas distintas:

HOJA "RESOLVER"

La primera hoja sirve para resolver la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$. Para ello dispones de tres celdas rotuladas con **a**, **b** y **c** respectivamente. Basta rellenar esas celdas y la ecuación quedará resuelta.

Intenta resolver así la ecuación $2x^2 + 5x + 3 = 0$

Para ello basta que escribas los valores **a**, **b** y **c** en sus celdas respectivas.

Escribe las soluciones obtenidas: $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Como ves, esta parte es muy fácil de manejar.

HOJA "COMPROBAR"

La segunda te sirve para comprobar soluciones. Si en la celda **x** escribes una de ellas, el valor del trinomio $ax^2 + bx + c$ deberá ser cero. Escribe así una de las soluciones que has obtenido. Si no te da cero de forma exacta, al menos te dará un número muy pequeño debido a errores inevitables del redondeo que efectúa el ordenador. Aparecerá el mensaje *"Es solución"*.

Escribe en la celda **x** un valor que no sea solución. Observa que el valor del trinomio **no da cero** y que obtienes el mensaje *"No es solución"*.

Por ahora puedes ignorar la celda $a(x - x_1)(x - x_2)$

HOJA "SUMA Y PRODUCTO"

La tercera hoja te da la suma y el producto de las soluciones. Por ahora límitate a comprobarlo. Escribe los datos $a=2$ $b=-10$ $c=8$ en la Hoja "Resolver". Comprueba que las soluciones son 1 y 4 y que por tanto su suma es 5 y su producto es 4.

Ahora observa bien estos resultados y vas sacando consecuencias

Resuelve la ecuación $2x^2 + 7x + 2 = 0$

¿Te llama algo la atención? Si no es así, límitate a comprobar las soluciones. Rellena la celda x de la Hoja "Comprobar" con cada una de las soluciones y observarás que, efectivamente, el valor de $2x^2 + 7x + 3$ es **cero** y obtienes el mensaje "**Es solución**".

Las soluciones de una ecuación de segundo grado convierten el trinomio $ax^2 + bx + c$ en cero

Escribe ahora en la celda x un valor cualquiera distinto a las soluciones. Evidentemente ahora el trinomio $ax^2 + bx + c$ no es cero y aparecerá el mensaje "**No es solución**".

Resuelve ahora la ecuación $x^2 - 6x + 8 = 0$

Comprueba si las celdas de **suma y producto** dan los resultados correctos.

¿Podías haber adivinado las soluciones al ver los valores -6 y 8?

¿Te atreves a escribir (**sin resolver**) las soluciones de $x^2 - 4x + 3 = 0$?

Inténtalo: $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Escribe después los valores de **a b y c** para comprobarlo.

Resuelve la ecuación $x^2 + x - 30 = 0$

Escribe aquí el resultado: $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Ha salido una negativa y otra positiva. ¿No?

Ahora intenta resolver $x^2 - 3x - 10 = 0$

$a=1$ $b=-3$ $c=-10$

Ahora también hay una positiva y otra negativa. ¿De qué dependerá eso?

Inventa algunas ecuaciones para averiguarlo. Cuando lo tengas escríbelo:

Una ecuación de segundo grado tiene soluciones de distinto signo cuando:

SIGUE OBSERVANDO ESTOS CASOS ESPECIALES

Resuelve las ecuaciones $x^2 - 12x = 0$ y $5x^2 + 13x = 0$

En primer lugar piensa cuáles serán los valores de a, b y c.

¿Qué observas? Responde: _____

¿Ocurre lo mismo con $-3x^2 - 6x = 0$

Inventa un caso parecido y compruébalo

¿Cuándo ocurre lo que has observado?(escríbelo y coméntalo con tus profesores):

Vas a resolver un lote de ecuaciones sin que tengas que hacer ningún comentario por ahora. Escribe las soluciones de cada una y el valor de la expresión $b^2 - 4ac$ que te da el ordenador en la Hoja "Resolver":

a=1 b=-1 c=-1

Soluciones: $x_1 = \underline{\quad}$ $x_2 = \underline{\quad}$ $b^2 - 4ac = \underline{\quad}$

a=1 b=-1 c=12

Soluciones: $x_1 = \underline{\quad}$ $x_2 = \underline{\quad}$ $b^2 - 4ac = \underline{\quad}$

a=1 b=-8 c=16

Soluciones: $x_1 = \underline{\quad}$ $x_2 = \underline{\quad}$ $b^2 - 4ac = \underline{\quad}$

a=1 b=6 c=9

Soluciones: $x_1 = \underline{\quad}$ $x_2 = \underline{\quad}$ $b^2 - 4ac = \underline{\quad}$

a=1 b=2 c=8

TRABAJO VOLUNTARIO:

Inventa ecuaciones cuyas soluciones sean números enteros. Explica cómo lo haces:

FÓRMULAS PARA LA SUMA Y EL PRODUCTO DE LAS DOS SOLUCIONES

En los siguientes casos debes tomar nota de las soluciones y también de la suma y el producto que da el ordenador:

$$a=1 \quad b=-10 \quad c=24$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = \underline{\quad} \quad x_2 = \underline{\quad}$$

$$\text{Suma: } x_1 + x_2 = \underline{\quad} \quad \text{Producto: } x_1 \cdot x_2 = \underline{\quad}$$

$$a=1 \quad b=7 \quad c=12$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = \underline{\quad} \quad x_2 = \underline{\quad}$$

$$\text{Suma: } x_1 + x_2 = \underline{\quad} \quad \text{Producto: } x_1 \cdot x_2 = \underline{\quad}$$

Lee las fórmulas de suma y producto que usa este modelo de OpenOffice Calc. ¿Estás de acuerdo?

¿Crees que la suma equivale a $-b/a$ y el producto a c/a ?

Para comprobarlo resuelve las ecuaciones siguientes y rellena los valores que se te piden, pero comprobando si las fórmulas son correctas:

$$a=2 \quad b=20 \quad c=50$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = \underline{\quad} \quad x_2 = \underline{\quad}$$

$$\text{Suma: } x_1 + x_2 = \underline{\quad} \quad \text{Producto: } x_1 \cdot x_2 = \underline{\quad}$$

$$-b/a = c/a =$$

$$a=1 \quad b=-1 \quad c=-42$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = \underline{\quad} \quad x_2 = \underline{\quad}$$

Suma: $x_1 + x_2 =$ _____ Producto: $x_1 \cdot x_2 =$ _____

$-b/a = c/a =$

Si todo ha salido bien, serán válidas las fórmulas:

- La suma equivale a $-b/a$ y el producto a c/a .
- Si el valor del coeficiente a es 1, la suma será equivalente a $-b$ y el producto a c .

Aprovecha lo anterior para inventar una ecuación cuyas soluciones sean 6 y 7.

Compruébalo.

RESUMIMOS LO QUE HAS APRENDIDO:

¿Cuándo las dos soluciones de una ecuación de segundo grado son iguales?

¿Crees que será así en este caso: $x^2 - 18x + 81 = 0$? Responde sin resolver la ecuación.

¿Y en este otro: $x^2 - 10x + 2 = 0$?

¿Cuándo una de las soluciones es cero?

¿Crees que será así en este caso: $x^2 - 8x + 1 = 0$? Responde sin resolver la ecuación.

¿Y en este otro: $x^2 - 10x = 0$?

¿Cuándo una solución es positiva y la otra negativa?

¿Crees que será así en este caso: $x^2 - 11x + 8 = 0$? Responde sin resolver la ecuación.

¿Y en este otro: $-x^2 - 11x + 2 = 0$? (Cuidado con el signo de **a**)

¿Qué ha de ocurrir para que una ecuación tenga dos soluciones distintas?

¿Crees que ocurrirá así en : $x^2 - 18x + 8 = 0$? Responde sin resolver la ecuación.

¿Y en este caso: : $x^2 - x + 4 = 0$?

¿Y en este otro: : $x^2 - 6x + 2 = 0$?

¿Qué ha de ocurrir para que una ecuación tenga dos soluciones iguales?

¿Crees que ocurrirá así en : $x^2 - 2x + 1 = 0$? Responde sin resolver la ecuación.

¿Cuándo una ecuación de segundo grado carece de soluciones?

¿Crees que ocurrirá así en : $x^2 - 8x + 4 = 0$? Responde sin resolver la ecuación.

AHORA INVENTA ECUACIONES QUE CUMPLAN LO QUE SE TE PIDE.

(Comprueba antes tus respuestas con el modelo de OpenOffice Calc)

a) Una ecuación con dos soluciones distintas y positivas

Propuesta tuya: $a = b = c =$

b) Otra con dos soluciones iguales

Propuesta tuya: $a = b = c =$

c) Una ecuación sin soluciones

Propuesta tuya: $a = b = c =$

d) Una ecuación cuyas dos soluciones sean ambas **cero**.

Propuesta tuya: $a = b = c =$

e) Por último, una ecuación cuyas soluciones sean **opuestas**.

Propuesta tuya: $a = b = c =$

EXPRESATE CON EL LENGUAJE ALGEBRAICO

Fórmula para:

Saber el número de soluciones de una ecuación de segundo grado:

Para calcular la suma y el producto de las soluciones antes de resolver la ecuación:

Si una solución es nula ¿qué fórmula nos da la otra solución? Piensa bien y repasa de nuevo los ejemplos en los que ocurría así.

INTENTA NUEVOS CAMINOS

En la segunda parte del modelo tienes la comprobación de las soluciones con la celda x , pero hay otra celda con el rótulo $a(x - x_1)(x - x_2)$ que aún no hemos usado. Lo haremos ahora.

Escribe un valor cualquiera en la celda x y conserva los valores de a , b y c . Compara los valores de la celda que contiene el valor de $ax^2 + bx + c$ con la $a(x - x_1)(x - x_2)$. Hazlo varias veces, cambiando los valores de x . No importa si son soluciones o no. ¿Qué observas? Escríbelo aquí:

Efectivamente, las dos expresiones son equivalentes:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Si escribimos el trinomio $ax^2 + bx + c$ de la forma $a(x - x_1)(x - x_2)$, diremos que lo hemos **factorizado**.

Intenta factorizar estos trinomios de segundo grado. Resuelve previamente la ecuación de segundo grado con OpenOffice Calc para hallar los valores de x_1 y x_2 . Pide ayuda si no lo entiendes bien.

$$x^2 - 11x + 30 =$$

$$2x^2 + 7x + 12 =$$

$$4x^2 + 9x + 2 =$$
