GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE ESTADO
DE EDUCACIÓN Y
FORMACIÓN PROFESIONAL
DIRECCIÓN GENERAL DE
FORMACIÓN PROFESIONAL

INSTITUTO DE
TECNOLOGÍAS EDUCATIVAS

HOJA DE CÁLCULO EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

SESIÓN 10: MODELOS DE RESOLUCIÓN. SIMULACIONES

Formación en Red

MODELOS DE RESOLUCIÓN. SIMULACIONES.

CONTENIDOS

TIPOS DE RESOLUCIÓN

Una de las utilidades básicas de la Hoja de Cálculo en la Enseñanza es ayudar a adquirir hábitos de orden y claridad en la resolución de problemas. Con su uso se facilita: el recuento de variables que intervienen en un problema, las fórmulas necesarias y las rutas de resolución existentes entre ellas. Sólo en este sentido, de manejar fórmulas y variables, usaremos (en esta sesión) la palabra *resolución,* que evidentemente tiene un significado mucho más amplio.

Estos modelos pueden construirse para realizar tres tareas distintas:

Modelos de resolución

Resumen toda una batería de fórmulas (ámbito de fórmulas) que se usan en un tema científico determinado (por ejemplo el de los elementos de un triángulo, rectángulo) mediante la consideración separada de variables (hipotenusa, catetos, ángulos...) y de fórmulas (teorema de Pitágoras, suma de ángulos, razones trigonométricas...). Nuestro objetivo es resolver todos los problemas de tipo algebraico que se pueden plantear en ese ámbito de variables y fórmulas.

Todas las Ciencias están llenas de ámbitos de fórmulas. Damos algún ejemplo:

- Ecuaciones de los gases perfectos
- Dinámica del plano inclinado
- Disoluciones
- Movimiento armónico simple
- Corriente alterna
- Amortización de un préstamo

Un concepto próximo a éste es el de "Caja de herramientas", en el que además de las herramientas algebraicas se pueden añadir párrafos de teoría, distintos módulos de resolución, funciones definidas, etc.

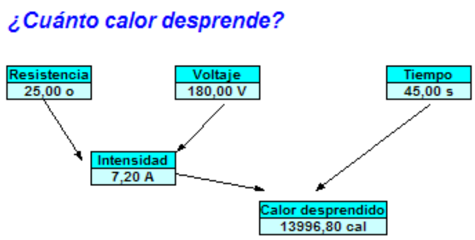
Análisis de situaciones

Consisten en reflejar en una Hoja los elementos de una situación concreta en un ámbito científico, por ejemplo: la comparación entre la posición inicial de un péndulo y la velocidad con la que pasa por su punto de equilibrio. En este caso recurriríamos también a una colección de fórmulas y variables, así como a tablas que las relacionen, pero no la totalidad del ámbito, sino sólo las que nos interesen en esa situación determinada. En el ejemplo anterior no consideraríamos el periodo del péndulo.

Rutas de resolución

Esta tarea es similar a la anterior, pero resumiendo una resolución de problemas en un organigrama que nos lleve desde los datos a la solución del mismo.

En la imagen puedes ver una ruta en forma de organigrama para calcular el calor desprendido por una resistencia dada cuando se conecta a una diferencia de potencial. Como ves, es una forma muy intuitiva para resumir un planteo de problema, con la ventaja de poder cambiar los datos a voluntad y experimentar con ellos.



Puedes consultar el modelo que contiene este organigrama en ORGA1.ODS de la carpeta ***Modelos***. En él descubrirás las fórmulas usadas para el cálculo de la intensidad y el calor.

MODELOS DE RESOLUCIÓN

Veremos el ejemplo concreto de un modelo para la resolución de problemas en una situación de tipo físico: la de dos resistencias eléctricas en paralelo sometidas a una diferencia de potencial dada.

Para personas no especialistas o que hayan olvidado la teoría, un recordatorio breve:

En este caso se dan los siguientes hechos y fórmulas:

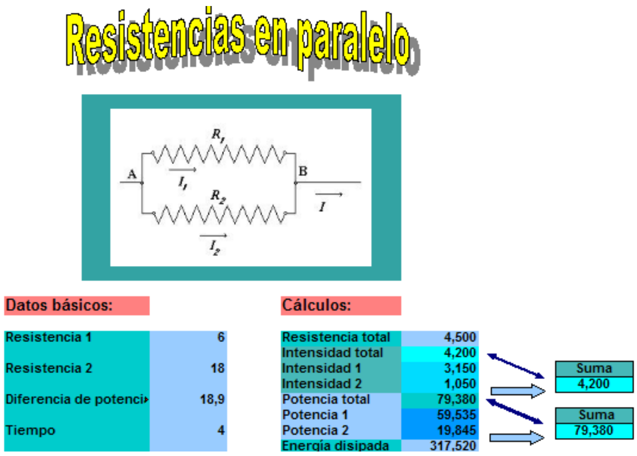
• La diferencia de potencial es la misma en ambas resistencias y tiene como fórmula $V = I_1R_1 = I_2R_2 = I_tR_t$ donde I_1 e I_2 son las intensidades parciales e I_t la total, y con la misma nomenclatura para las resistencias.
• La intensidad total que recorre el circuito es la suma de las intensidades parciales: $I_t = I_1 + I_2$
• La resistencia total o equivalente tiene como fórmula $R_t = R_1R_2/(R_1+R_2)$

• La potencia disipada en forma de calor en cada resistencia es equivalente al producto de la misma por el cuadrado de la intensidad que la recorre. La energía se hallará como el producto de la potencia por el tiempo. Podrá venir dada en julios, y con el factor 0,24 en calorías.

Abre el modelo PARALELO.ODS, que si lo recorres en todas sus hojas observarás que trata el tema en varios niveles de complejidad, que iremos viendo uno por uno mientras repasamos algunas prestaciones nuevas de **OpenOffice.org Calc**.

Hoja Básica

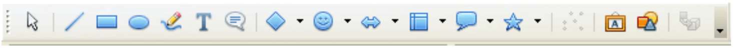
Cuando se desea estudiar un tema concreto que se pueda resumir en variables y fórmulas, la primera aproximación es separar algunas variables como ***datos*** y otras como ***resultados***. Esta visión, próxima a las calculadoras especializadas, no es difícil para el alumnado de Enseñanza Secundaria, y sirve de ayuda para repasar y resumir un tema.



En este caso hemos elegido como *datos* las dos resistencias, la diferencia de potencial y el tiempo, y como *cálculos o resultados* todas las demás. Ha sido una elección determinada por la situación más frecuente en un laboratorio.

Elementos gráficos

En este modelo hemos incluido algunos elementos gráficos de interés. Todos ellos están contenidos en la Barra de Dibujo, que puedes hacer visible con **Ver > Barras de Herramientas > Dibujo**.



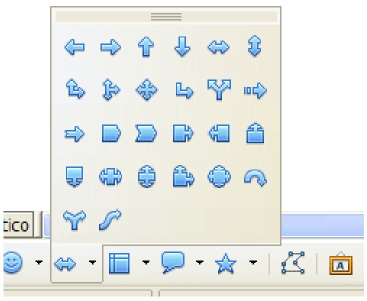
El título que contiene esta primera Hoja

se ha creado pulsando sobre el botón de la **Galería de Fontwork**, que contiene títulos llamativos. Accedes a ellos con la **Barra de Dibujo** y el botón

Puedes crear uno similar. Pulsa sobre dicho botón y se te ofrecerá una galería de modelos de títulos. Elige uno y se insertará en la hoja, pero con el texto "***Fontwork***".

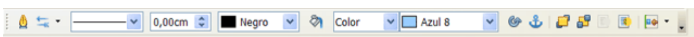
Para cambiarle el texto basta con efectuar un doble clic sobre el ***fontwork*** y escribir el nuevo texto. Inténtalo. Si no ves el cambio, pincha fuera del fontwork.

Las flechas de abajo a la derecha se insertan con la misma barra. Las dos flechas azules que apuntan a la derecha se han construido con el botón de *flechas de bloque* de la Barra de Dibujo



Las dobles flechas se han creado con el botón de línea y se han modificado como explicamos a continuación.

Una vez insertada una forma, al pulsar sobre ella aparece arriba la Barra de Propiedades de la misma



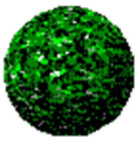
Con ella puedes cambiar (de izquierda a derecha) el inicio y fin de una línea (flecha, doble flecha...) el tipo de línea, su tamaño, color... Más a la derecha puedes ver los botones de tipo de relleno, color de relleno, etc. terminando con el anclaje de la forma y su ordenación delante o detrás. Practica todo lo que puedas con estas propiedades, que esa experiencia es mejor que cualquier explicación.

Creación de imágenes

En el modelo que estamos analizando se ha incluido una imagen confeccionada con otros programas. Ya aprendiste en otras sesiones cómo insertarlas. La serie **OpenOffice.org** posee el módulo de dibujo **OpenOffice.org Draw** con el que puedes crear tus propias imágenes o importar desde otro programa de dibujo.

Si deseas practicar selecciona la imagen de las resistencias en paralelo y pide **Copiar**. Abre un **Archivo Nuevo de Dibujo** y con **Editar > Pegar** puedes cambiar a tu gusto calidades, efectos, colores o añadir y quitar algún elemento.

Este módulo también permite el diseño de formas básicas incluidas en Gallery, que por ser vectoriales, permiten el cambio de tamaño sin perder apenas calidad. Puedes usarlas para ornamentar tus modelos.



Resolvedores

Con los modelos de una Hoja de Cálculo podemos verificar la antigua máxima de que un mismo problema se hace distinto si se usan para su resolución instrumentos distintos. Para comprobarlo usaremos una batería de cuestiones sobre resistencias en paralelo e iremos observando la adecuación de los modelos a la resolución de cada una. A estos modelos les llamaremos *Resolvedores*, palabra coloquial con la que queremos resaltar su capacidad de ayuda en la resolución de problemas.

Seguimos con el modelo PARALELO.ODS.

Con el módulo básico situado en la primera hoja sólo tienes tres opciones para calcular unas variables en función de otras:

- Cálculo directo sobre los datos dados
- Tanteo de valores hasta encontrar el que encaje con el resto de datos
- Uso de la técnica de Búsqueda de valor destino

Como ejemplo resuelve la cuestión 1 de la batería PARALELO.PDF:

1 Dos resistencias de 6 Ω y 18 Ω respectivamente se conectan en paralelo bajo una diferencia de potencial de 20 V.

(a) Si una resistencia, como ves, es el triple de la otra, ¿Se guarda la misma proporción en las intensidades que las atraviesan? ¿Y en la potencia consumida en cada una? Cambia la proporción al doble, por ejemplo a 6 Ω y 12 Ω ¿Ocurriría lo mismo?

Este sería un ejemplo de uso directo del módulo: escribimos los datos 6 Ω, 18 Ω y 20 V en los datos y obtenemos intensidades y potencias que guardan la misma proporción de 3 a 1. Cambiamos a otra proporción y vemos que se reproduce de forma inversa.

(b) ¿A qué diferencia de potencial han de someterse para que por la primera circulen 7 amperios? ¿Y para que la intensidad total sea de 4,2 A?

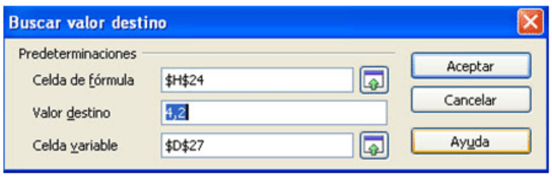
La primera solución la podemos encontrar por tanteo. Cambia los valores de la celda D27 del potencial hasta dar con el valor adecuado de 42 V, que es el que produce la intensidad 7 A.

La segunda se puede obtener por BÚSQUEDA DE VALOR DESTINO. Basta dar los datos:

Celda de fórmula: **H24** (la intensidad total)

Valor destino: **4,2**

Celda variable: **D27** (la diferencia de potencial)



para obtener la solución de **18,9 V**.

(c) En el primer apartado de la cuestión anterior cambia el dato de 18 Ω en la segunda resistencia por otro cualquiera. Observa las soluciones que obtienes. Saca una consecuencia.

Cambia el valor de la resistencia segunda en la celda D25 y observarás que no influye en el resultado de 7 A, suponiendo que el voltaje se mantiene constante.

Intenta obtener la solución de la segunda cuestión de la batería:

2 Las resistencias de la cuestión anterior han disipado en forma de calor 67.000 J conectadas a una fuente de 220 voltios ¿Cuánto tiempo han estado conectadas?

Como ejemplo final del uso de este módulo básico resolveremos la cuestión 3

3 Un cable constituye una resistencia de 2,8 Ω , y queremos cortarlo en dos trozos, no necesariamente iguales, y conectarlos en paralelo. ¿Cómo repartiríamos los trozos para conseguir una resistencia total de 0,66 Ω .?

Desprotege el modelo si aún no lo has hecho y escribe en una celda (por ejemplo la B35) la resistencia total 2,8. Como valor en la primera resistencia escribe un valor orientativo, que puede ser 2 y en la segunda la fórmula **=B35-D23**. Al introducir esta fórmula ya te será imposible calcular el valor de D23 mediante búsqueda del valor destino, pero por tanteo puedes lograr una aproximación a 1,74 W en el primer trozo y 1,07 W en el segundo.

Resoluciones mediante módulos

En los ejemplos anteriores hemos tenido que encontrar soluciones por tanteo. Para evitarlo, una técnica de resolución apropiada para la Hoja de Cálculo y que es de fácil construcción por parte del alumnado es la de dividir un ámbito de fórmulas y variables en varios módulos de resolución según los datos que se elijan.

Un ejemplo típico de esta técnica es el de reflejar en la Hoja los casos de resolución de triángulos (tanto rectángulos como oblicuángulos) o el cálculo de todas las variantes que se pueden presentar en el cálculo de intereses.

Hemos experimentado estas construcciones de módulos de resolución desde hace veinte años y observamos muchas ventajas en su uso (Ver Resolvedores).

Consulta la siguiente hoja ***Módulos*** del modelo ***paralelo.ods.*** En ella se contienen tres módulos para resolver cuestiones en este tema, que se distinguen por los datos que usa cada uno de ellos. Es evidente que no agotan todas las posibilidades. Si se confeccionan en clase conviene que sí formen un conjunto completo y a poder ser en número no superior a cuatro o seis.

Observa el título y el dibujo, que son los mismos de la primera Hoja, que han sido copiados y después cambiados en tamaño o curvatura. Practica estas copias de unas hojas a otra, así como el trasvase de datos entre ellas.

Técnica de resolución modular

Para planificar con el alumnado la construcción de un resolvedor por módulos se puede comenzar por:

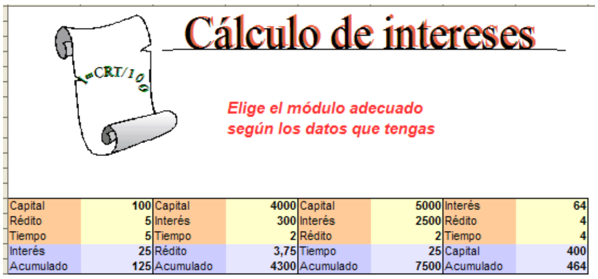
1. Recuento exhaustivo de las variables y fórmulas que se van a usar.
2. Clasificación de las variables en *básicas*, que pueden tomarse como datos de un problema, y *secundarias*, que siempre serán calculadas y nunca formarán parte de los datos.
3. Realización de un análisis combinatorio para saber cuántos conjuntos de datos permite la cuestión que se estudia.
4. Construcción de los módulos deduciendo fórmulas derivadas de las fundamentales y adaptadas a cada conjunto de datos.

En este ejemplo de resistencias en paralelo sería casi imposible recorrer todos los módulos que se pueden construir, por lo que sólo se han incluido tres, como ejemplo.

En casos más sencillos el número de módulos se reduce. Por ejemplo, en los cálculos de interés simple podríamos planificarlo así:

1. **Variables básicas**: Capital (C), Tipo de interés o rédito (R), Tiempo (T) e Interés (I)
2. **Variable secundaria**: Capital acumulado (CA)
3. **Fórmulas**: I = CRT/100 ; CA=C+I
4. **Datos mínimos necesarios**: Tres
5. **Combinaciones de datos**: Cuatro (CRT, CIT, IRT, CRI) que dan lugar a cuatro módulos, en los que el capital acumulado figuraría siempre como cálculo.

En el modelo INTERES1.ODS puedes ver un desarrollo sencillo de estas ideas.

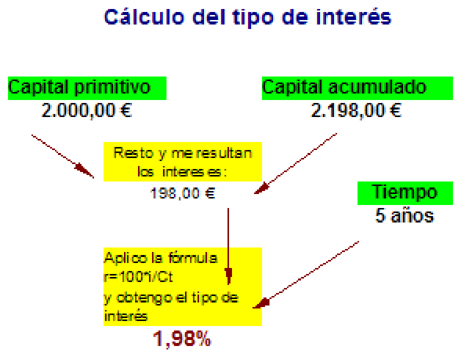


Capital	100	Capital	4000	Capital	5000	Interés	64
Rédito	5	Interés	300	Interés	2500	Rédito	4
Tiempo	5	Tiempo	2	Rédito	2	Tiempo	4
Interés	25	Rédito	3,75	Tiempo	25	Capital	400
Acumulado	125	Acumulado	4300	Acumulado	7500	Acumulado	464

Intenta también, sobre alguno de estos módulos, construir un organigrama, una ruta de resolución para un problema determinado, especialmente si no es posible resolverlo de forma directa.

En la imagen puedes estudiar la ruta del siguiente problema:

¿Qué tipo de interés me daba un depósito a plazo en el que 2.000 € se me han convertido en 2.198 € en 5 años a interés simple?



El modelo de Hoja de Cálculo correspondiente lo tienes en la carpeta Modelos con el nombre de ORGA2.ODS.

Observa que se han insertado textos explicativos. Prueba a que tus alumnos y alumnas construyan estos diagramas, si su nivel de conocimientos lo permite. Te sorprenderás de algunos resultados.

Simulaciones

Cuando un problema supera nuestros conocimientos, resulta muy complejo o depende del azar, acudimos a una simulación numérica, que consiste en la reproducción aproximada del fenómeno que estudiamos mediante números aleatorios o simulación del paso del tiempo.

Números aleatorios

La Hoja de Cálculo, mediante la generación de números aleatorios y su gran velocidad de procesamiento, permite simular experimentos de tipo estadístico y recogidas de datos que de otra forma requerirían mucho tiempo y trabajo: tiradas de dados, simulaciones de sucesos con probabilidad dada, distribuciones normales, etc., así como la reproducción de experimentos clásicos.

Todas las simulaciones se basan en el uso de números aleatorios, es decir, distribuidos al azar. En realidad son *pseudoaleatorios*, pues el ordenador genera una secuencia muy amplia de cantidades, que forman un ciclo de miles de ellas, pero como cada vez se comienza por un punto distinto, da la apariencia de aleatoriedad.

Para generar un número aleatorio basta usar la función **ALEATORIO()**, que nos devolverá siempre un número al azar entre 0 y 1. Una variante de esa función es **ALEATORIO.ENTRE(a,b)**, que produce un número al azar comprendido entre a y b ambos inclusive.

Así, =ALEATORIO.ENTRE(1,6) devolverá una tirada de dados. Compruébalo. Escribe esta fórmula en una celda, y después extiéndela hacia abajo y hacia la derecha con el controlador de relleno, y se te aparecerá como una tirada múltiple de dados.

5	1	3	3
5	1	4	3
5	2	3	6
2	3	3	5
5	3	1	5
2	3	3	4
1	5	5	1
1	5	1	5
6	3	1	5
5	2	4	1
6	5	2	2

Lo más interesante es que si usas "recalcular todas las celdas" con las teclas **Shift** (mayúculas)**+Ctrl+F9**, todas ellas reproducirán una nueva tirada de dados totalmente aleatoria. Prueba a hacerlo.

Como ejercicio sencillo programaremos un paseo aleatorio. Escribe un 0 en cualquier celda, por ejemplo en la B4. Escribe debajo esta función

=B4+ALEATORIO.ENTRE(-1;1)

que hace que al cero inicial se le puedan sumar uno de los tres números -1 (que podía ser un paso a la izquierda), 0 (quedarse quieto) o 1 (hacia la derecha). Rellena con esa fórmula una columna de unos 20 pasos y averiguarás hasta dónde puede llegarse paso a paso de forma aleatoria.

0
-1
0
1
2
1
0
1
1
0
-1
-1
-2
-1
-2
-1
-1
-1
-2
-3
-3
-2
-2
-2
-3
-4
-4
-5

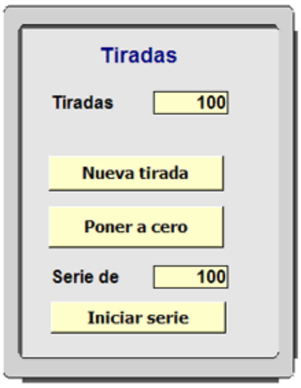
Usando las teclas **Shift+Ctrl+F9** podremos simular muchos paseos aleatorios y averiguar probabilidades aproximadas, medias, desviaciones típicas, etc.

En los Complementos te propondremos estudiar modelos similares construidos de forma aleatoria.

Dos modelos para ayudarte en las simulaciones

TIRADAS.ODS

Es un modelo que te permite organizar experimentos reiterados. Posee un contador de tiradas y el número de repeticiones que deseas se efectúen. Además, te permite insertar sumadores.



Con el botón **Poner a cero** inicias el experimento, con **Nueva tirada** lo repites, y con **Iniciar serie** organizas una serie de tantas repeticiones como indique la variable **Tiradas** situada en la parte superior.

Este modelo lo puedes abrir desde el CD o una carpeta, e inmediatamente guardarlo con otro nombre, para que el original no se estropee.

Nota: Los modelos derivados de este a veces dan un error de Basic al comenzar, pero luego se soluciona cuando se pone a cero.

En la segunda práctica podrás aprender a usarlo, y también mediante el ejercicio 1.

TEMPORIZADOR.ODS

Este otro modelo te puede ayudar a añadir una cierta animación en tus esquemas de cálculo. Por ejemplo, vamos a construir con él una máquina de azar con "emoción".

Abre TEMPORIZADOR.ODS y seguidamente guárdalo con otro nombre, por ejemplo **maquina_azar.ods.**

En la celda **F4** escribe la fórmula **=ALEATORIO.ENTRE(1;20)** y comprueba, pulsando las teclas **Shift+Ctrl+F9** de forma reiterada, que genera un número al azar entre 1 y 20. Con **Insertar>Nombre>Definir**, asigna a esta celda el nombre de ***resultado***.

Seguidamente, a partir de la celda F6, y hasta la celda F25, escribe los veinte primeros números 1, 2, 3…20.

A la derecha del primero, en la celda G6 escribe esta fórmula: **=SI(F6=resultado;"<<<";"").** Con el controlador de relleno copia esa fórmula en las celdas de abajo, hasta la G25.

Usa el botón de **Iniciar proceso** y observa el resultado. Así puedes apostar con unos segundos de emoción.

Puedes observar el uso del temporizador en el modelo PASEOALEAT.ODS , y en el ejercicio 3.

PRÁCTICAS

ESTUDIO DE UNA SITUACIÓN CONCRETA

La Hoja de Cálculo permite estudiar toda situación de tipo matemático o de las Ciencias Experimentales que se pueda expresar mediante variables y fórmulas. Como práctica de esta sesión construirás un modelo que estudie la siguiente situación:

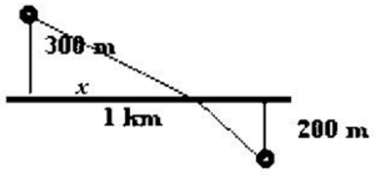
El agente 007 está en una barca a 300 m de la orilla y ha de ir a un polvorín situado en tierra a 200 m. de la playa pero 1 km. más allá de donde se encuentra el agente. Este tiene que ir al polvorín en el tiempo más corto posible. Sabe que en barca va a 3 m/s y corriendo a 12 m/s

a) ¿A qué punto de la playa debe ir para tardar el menor tiempo posible?

b) ¿Qué distancia ha recorrido?

c) ¿Se cumple aquí una ley parecida a la de la luz cuando cambia de medio (aire a cristal, por ejemplo) en la que $sen(a_1)/sen(a_2) = v_1/v_2$ *?*

d) ¿En qué trayecto el tiempo en el agua es el doble que el de tierra?



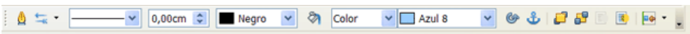
Para estudiar una situación debemos, en primer lugar, decidir qué variables estudiaremos sobre ella. También puede ser conveniente clasificarlas en básicas y complementarias.

En este caso la variable fundamental, de la que dependen las demás es la distancia ***x*** medida en la costa entre la perpendicular desde la barca y el punto de la orilla al que se dirige el agente.

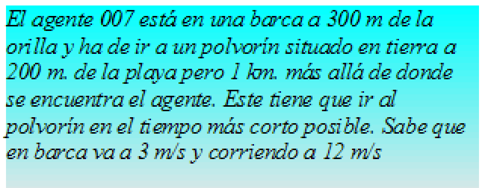
Comenzaremos, pues, el modelo destacando esa variable. Para practicar lo que has aprendido en esta sesión puedes incluir un título con LA GALERÍA DE FONTWORK (o bien en una celda grande con colores de fondo y bordes) y un resumen de la situación en un cuadro de texto. Ambos objetos los puedes insertar con la **Barra de Dibujo**, que ya has visto al principio de la sesión.

Para insertar un CUADRO DE TEXTO comienzas también con esa **Barra de Dibujo** y eliges el botón de la **T**, el de **Texto**, como ya viste en la sesión 4. Recuerda que si lo señalas con el ratón:

1. una doble pulsación te abre opciones de texto
2. una pulsación simple permite modificar aspectos de dibujo

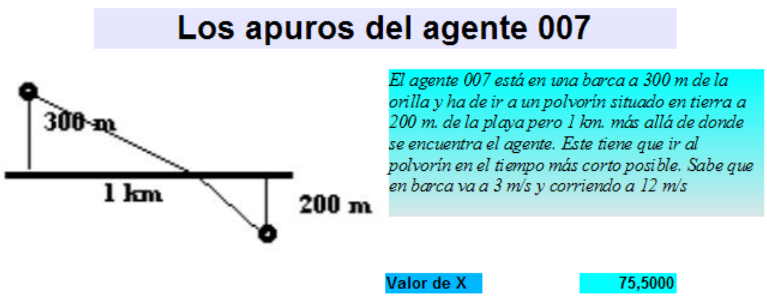


Pulsa, pues, una vez y elige **Formato > Gráfico > Relleno** > **Gradientes**, o la **Barra de Formatos**, para dotar al cuadro de un **gradiente de color**. Puede quedar así:



También puedes insertar el gráfico de la situación, que lo puedes copiar de este mismo documento que estás leyendo.

La cabecera del modelo puede ser similar a esta.



Es importante que destaques la variable principal: **Valor de x**

El resto del modelo contendrá los cálculos necesarios hasta llegar a la comprobación de que el cociente de los senos de los dos ángulos coincide con el inverso del cociente de velocidades, que en este caso es de 4. En la figura se incluye una disposición de cálculos y los resultados para el valor **x=75,5 m** que es el que da el tiempo mínimo de **181,94 s** y se responde, por tanto, a las cuestiones *a)* a *c)*.

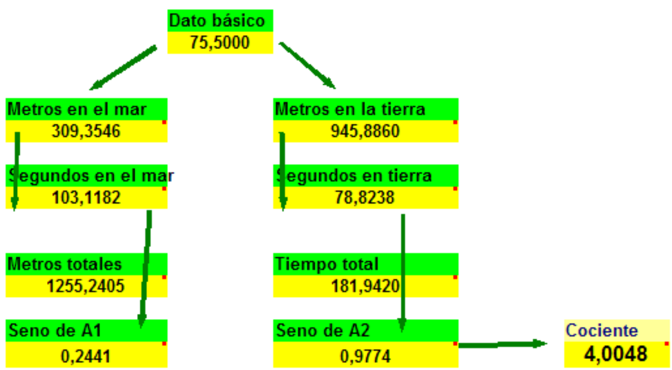
Metros en el mar	309,3546	Segundos en el mar	103,1182
Metros en tierra	945,8860	Segundos en tierra	78,8238
Total de metros	1255,2405	Segundos totales	181,9420
Seno del primer ángulo	0,2441		
Seno del segundo ángulo	0,9774		
Cociente	4,0048		

Los metros en tierra y en mar resultan de la aplicación del Teorema de Pitágoras y los segundos del cociente entre los metros y las velocidades. Los senos de los ángulos se calculan a partir de su definición.

Si tienes alguna duda en la construcción del modelo consulta AGENTE007.ODS.

Una idea interesante es la de usar la **Búsqueda de valor destino** para obligar a que el cociente de los senos sea 4, equivalente al de velocidades, con lo que obtendrás el tiempo mínimo. Los datos serían Celda de la fórmula: la que contenga el valor del cociente, Valor destino: 4, Celda variable: la que contiene el valor de X. Así obtendríamos un tiempo de 181,94 para un valor de X de 75,6 m.

Esta situación se podía haber resumido en un organigrama que representara la ruta de resolución. En la hoja 2 del modelo ***agente007.ods*** se ha incluido uno con notas en cada celda importante, a fin de que quien lo consulte pueda saber en qué fórmula o Teorema se basa cada cálculo. También puedes leer las fórmulas incluidas y comprobar que contienen copias dinámicas entre hojas mediante el uso del signo =.



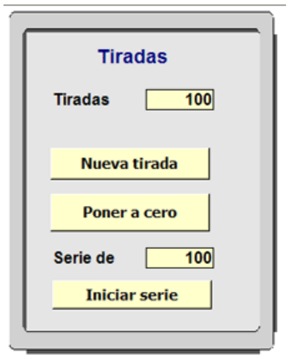
Puedes ampliar el modelo incluyendo como variables básicas las distancias y velocidades. También es conveniente que resuelvas la cuestión *d)*, cuya solución es **x=247,85 m**. Puedes encontrar la solución por tanteo. Te ayudaría incluir en una celda la fórmula **=tiempo en agua – 2*tiempo en tierra**.

Inventa otras cuestiones sobre esta situación.

Si deseas ver más ejemplos de situaciones que se han analizado en las clases de Bachillerato, consulta el documento SITUACIONES.PDF.

SIMULACIÓN DE UNA TIRADA DE MONEDAS

Abre el modelo **TIRADAS.ODS** y guárdalo seguidamente con el nombre ***monedas.ods*** o cualquier otro que prefieras. Es muy importante esta operación. Respeta el marco que figura en la esquina superior izquierda. No cambies nada. El resto del modelo que vas a crear debe ir a la derecha de ese marco.



Sobre él realizaremos la simulación de una tirada de cuatro monedas. Comienza con los textos, el título, los marcos de color, los números de moneda del 1 al 4, etc. salvo en las celdas que van a contener resultados, como son las que aparecen con los rótulos de **CRUZ** y **CARA** y los recuentos de abajo.

Comenzamos con la fila de resultados: CARA, CRUZ, CRUZ, etc.

La simulación de cada moneda se consigue con la función:

=SI(ALEATORIO()<0,5;"CARA";"CRUZ")

que significa; "*Inventa un número aleatorio entre 0 y 1. Si es menor que 0,5, equivale a que ha salido CARA y si no, CRUZ".*

Rellena la primera moneda con esa fórmula y después la arrastras a la derecha hasta la cuarta.

Prueba lo que has construido hasta ahora: pulsa sobre el botón "Nueva tirada" situado en el marco de la izquierda. Deberán generarse caras y cruces de forma aleatoria. Reitera. En contra de lo que se cree, no es tan fácil que salgan dos caras y dos cruces.

Recuento de la tirada

Para contar el número de caras y cruces que han salido usamos la función **=CONTAR.SI** que nos permite un recuento condicional.

Así, en la celda del recuento de las caras deberás incluir la función:

=CONTAR.SI(CELDA PRIMERA MONEDA:CELDA ÚLTIMA;"CARA")

donde las celdas primera y última las debes sustituir con las propias de tu modelo. Por ejemplo:

=CONTAR.SI(G16:L16;"CARA")

Asigna a esa celda el nombre de ***"caras"***

Haz lo mismo con la CRUZ**.**

A la derecha de ambas celdas inserta su suma. Comprueba con el botón "Nueva tirada" que siempre sumen 4.

Completa esta primera parte del modelo con **rellenos, bordes y colores**.

Puedes planificar una serie de tiradas. Rellena el dato "***Serie de***" y pulsa el botón "***Iniciar serie***", y observarás cómo se suceden las tiradas cuádruples a gran velocidad.

Recuentos

Procederemos ahora a resumir varias tiradas de monedas. Se puede organizar de forma similar a la siguiente:

Recuento	CARA	CRUZ	TOTAL
tirada	1	3	4

Recuento de una serie		Sumador
0	0	15
1	1	51
2	0	78
3	0	43
4	0	13

En esta parte de la práctica llega hasta donde puedas. Si lo deseas la interrumpes y consultas el modelo **MONEDAS.ODS** en la carpeta Modelos del CD.

Construye la tabla de frecuencias:

Escribe los cinco resultados en columna para el recuento de una serie, desde 0 hasta 4. Imagina que ocupan las celdas desde F25 hasta F29 (observa la imagen)

En la siguiente columna deseamos que figure un 1 si el número de caras del experimento coincide con el dato de la columna de la izquierda. Puedes usar esta fórmula: **=SI(n=0;0;SI(F25=caras;1;0))** en la celda **G25**, que significa: Si el número de tiradas es cero, que se escriba un cero, Si no, si la celda de la izquierda es igual al total de caras que han salido, que escriba un 1, y si no un cero.

Adapta tú las referencias a las celdas según tu modelo y extiende la fórmula hacia abajo. Si pulsas el botón "Poner a cero" se anularán todos los contadores. Si después vas usando "Nueva tirada", aparecerá un 1 en la cantidad de caras que coincida con el resultado del experimento.

Sumadores

El modelo **tirada.ods** viene dotado de sumadores que permiten contar o sumar resultados. Tienen estructura de función, y su sintaxis es la siguiente:

=SUMAD(columna de la celda menos uno, fila menos uno, número del contador)

Selecciona la celda H25. En ella situaremos un sumador que llevará la cuenta de los experimentos en los que no sale ninguna cara, es decir, el contenido de la celda G25. Su sintaxis sería:

=SUMAD(6;24;1)

El 6 equivale a que la G es la séptima columna, y hay que escribir una menos (es que es así como lo almacena Calc). El 24 es una unidad menos que la fila de la celda, que es la 25. El 1 indica que es el primer contador.

De igual forma, en la celda H26 escribiríamos **=SUMAD(6;25;2)**, y en **H27** **=SUMAD(6;26;3)** y así hasta llegar al contador de cuatro caras que sería **=SUMAD(6;28;5).**

Con esto ya tienes organizados los recuentos. Haz series de trescientas o cuatrocientas tiradas y verás cómo los resultados siguen la distribución binomial. Si creas un gráfico sobre ellos será similar a la campana de Gauss.

EJERCICIOS

EJERCICIO 1

Suma más probable

Resolveremos la siguiente cuestión mediante una simulación:

"María, Pablo y Nuria escriben al azar cada uno un número entero entre 1 y 3 y después los suman. Si consideramos múltiples repeticiones de este experimento ¿Qué resultado de la suma crees que presentaría una mayor frecuencia?

Abre el modelo TIRADAS.ODS y guárdalo seguidamente con el nombre ***tresnumeros.ods*** o cualquier otro.

En tres celdas escribe la fórmula =ALEATORIO.ENTRE(1;3) y suma esos resultados en otra celda cualquiera. Recalcula varias veces con **Shift+Ctrl+F9**

Las sumas tendrán valores comprendidos entre 3 y 9. Inspirándote en la práctica que desarrollaste sobre tiradas de monedas organiza una serie de 1000 tiradas, un recuento y responde a la cuestión.

La siguiente imagen te puede ayudar:

	Marta	Pablo	Nuria	SUMA
Resultado:	3	2	2	7

Suma más probable		Sumador
3	0	54
4	0	113
5	0	219
6	0	285
7	1	218
8	0	107
9	0	34

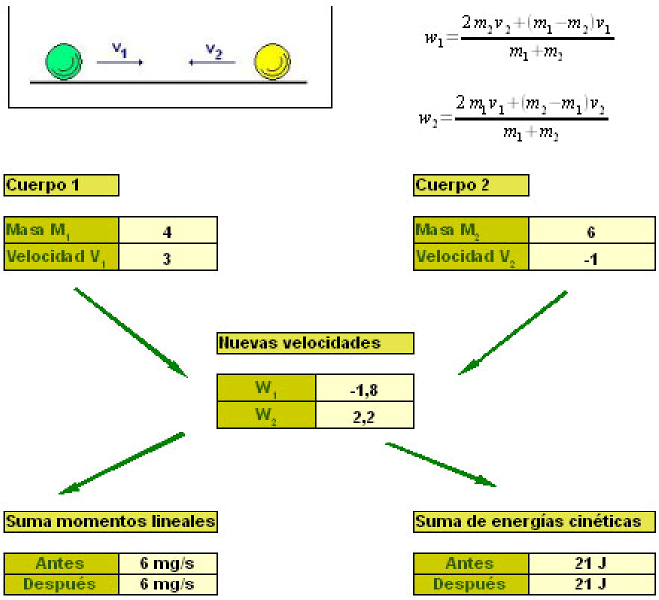
Así que la solución es suma 6 como más probable, salvo error, que con este número de tiradas puede alcanzar un 3%. Puedes abordar el problema mediante la Combinatoria, y descubrirás que la suma 6 tiene 7 casos favorables, mientras que la 5 y la 7 sólo tienen 6.

EJERCICIO 2

Choque elástico

El segundo ejercicio consistirá en analizar, mediante una ruta de resolución y una comprobación posterior, el comportamiento de dos cuerpos en un choque elástico frontal. Si se te ha olvidado la teoría, abre los apuntes sobre el tema que están contenidos en el archivo ELASTICO.ODS. En ellos puedes consultar todas las fórmulas y propiedades.

Sobre esa teoría deberás diseñar una ruta de resolución como la incluida en la figura siguiente:



La imagen del choque la puedes obtener desde ELASTICO.ODS, al igual que las imágenes de las fórmulas, con un simple **Copiar y Pegar**.

La entrada de datos no presenta problemas. Dale el aspecto que más te agrade.

Las nuevas velocidades se calculan con las dos fórmulas propuestas. Ten cuidado con los paréntesis, que no te puedes dejar ninguno, en especial los que deben abarcar por separado al numerador y al denominador de cada fórmula. Si tienes dudas, usa los mismos valores de la figura para comprobar.

La suma de momentos lineales la calculas **Antes** del choque y **Después**, y lo mismo con las energías cinéticas. En el modelo ELASTICO.ODS tienes desarrolladas las dos sumas.

Cuida los formatos numéricos, de forma que aparezcan las unidades detrás de las medidas.

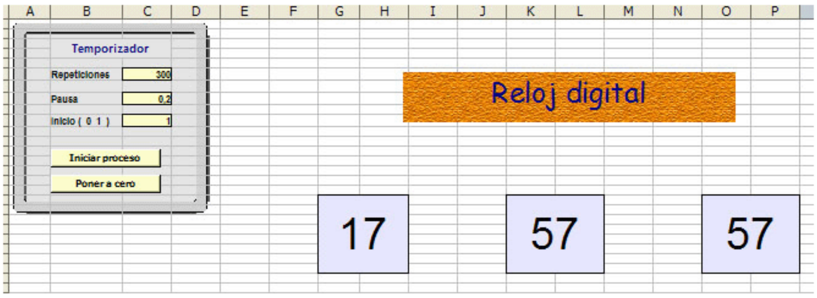
EJERCICIO 3

Reloj digital

Como ejemplo del uso del modelo **temporizador.ods**, programado para realizar tareas cada cierto tiempo, te proponemos como ejercicio la construcción de un reloj digital.

Abre TEMPORIZADOR.ODS.

Prepara tres celdas grandes, combinando, por ejemplo, dos celdas en ancho y ocho en alto



Diseña el título como prefieras, y fija la pausa del temporizador en menos de 1, por ejemplo en 0,2.

Para que funcione la simulación de un reloj digital, lo único fundamental que has de decidir es cómo rellenar las tres celdas con fórmulas usando las funciones AHORA(), HORA(), MINUTO() Y SEGUNDO(). Es fácil y no te damos pistas. En lenguaje coloquial sería "minuto de ahora mismo", "segundo de ahora mismo"...Si ahora decides las repeticiones del temporizador y pulsas sobre **Iniciar Proceso**, observarás la animación de un reloj digital. A veces podrá saltar dos segundos en lugar de 1.

Si has elegido un número grande de repeticiones y no quieres esperar, deberás usar la combinación de teclas **Ctrl+Alt+Supr** y elegir **Finalizar tarea**.

Complementos

Modelos de resolución automáticos

Se puede mejorar la técnica de los módulos y que sea el propio ordenador el que decida qué módulo elegir. Para conseguirlo es necesario trabajar con ámbitos de variables en las que no se suela dar el valor **cero**, pues así se puede identificar una variable que no es dato, porque se le da ese valor cero.

Observa la hoja ***Automático*** del modelo PARALELO.ODS. En ella escribimos los tres datos que deseemos y en el cuarto un **cero**. Con estos números se construye un código y según su valor se aplican unas fórmulas u otras en la parte de cálculos. Lo vemos con detalle:

A las variables básicas se han asignado nombres: **RES1**, **RES2**, **I** y **V**. En la celda G10 se ha insertado la variable **COD**, que representa el código de la operación. Según el valor de COD se ejecutan unos cálculos u otros.

Resistencia 1	0
Resistencia 2	100
Diferencia de pot.	78
Intensidad total	7,8

Para calcular el código se recorren las variables básicas para ver si su valor es cero o no. En este último caso serán datos. La fórmula a emplear es:

=(RES1<>0)*1000+(RES2<>0)*100+(V<>0)*10+(I<>0)

en la que usamos una técnica nueva y es que el valor **VERDADERO** equivale a 1 en **OpenOffice.org Calc**, mientras el valor **FALSO** equivale a 0. De esta forma, cuando los paréntesis de la fórmula contienen comparaciones "verdaderas", su valor 1 se multiplica por 1000, 100, 10 o 1, transformando así los paréntesis verdaderos en potencias de 10, que al sumarse forman los códigos 1110, 1011,1101 y 111 que identifican los cuatro casos de resolución.

Todas las fórmulas de la zona de cálculo, mediante la función **SI** eligen la fórmula adecuada según el valor del código.

Resistencia total	=SI(COD>=1100;(B12*B13)/(B12+B13);SI(COD>=11;B14/B15;0))
Resistencia 1	=SI(COD=111;(E12*B13)/(B13-E12);B12)
Resistencia 2	=SI(COD=1011;(E12*B12)/(B12-E12);B13)
Diferencia de potencial	=SI(COD=1101;E12*B15;B14)
Intensidad total	=SI(COD=1110;B14/E12;B15)
Intensidad 1	=E15/E13
Intensidad 2	=E15/E14
Potencia	=E16*E16*E12

Estudia alguna de ellas para comprenderlas o descubrir algún error que puedan tener. Pronto verás que su complicación requiere un nivel de competencia propio del profesorado y que los alumnos y alumnas se limitarán a usar estos modelos, de lo que sacarán gran provecho independientemente de no haberlos construido.

Herramienta Solver

Problemas de optimización

La herramienta **Solver** nos permite optimizar el valor de una celda, a la que llamaremos **Objetivo,** que depende linealmente de las celdas de un rango determinado, el cual puede estar sometido a **restricciones**. Como se ve, es en realidad el problema matemático de Programación Lineal.

Su funcionamiento se puede estudiar con un ejemplo:

Después de vender una casa, a una persona le quedan 170.000 € para invertir. Desea una inversión conservadora, por lo que duda entre varias inversiones

A) Depósito en banca de Internet, que está dando el 4,2% TAE, pero es un producto novedoso que no le termina de convencer

B) Su banco de toda la vida le ofrece plazo fijo con interés de 3,75% TAE, y que ella considera seguros.

C) Un producto vinculado a un fondo, con rendimientos del 6% pero sujeto a volatilidad.

En vista de la situación, decide invertir en B) al menos la mitad del capital, y en C) menos de 15.000 €

¿Qué cesta de inversiones le daría el máximo rendimiento?

Volcamos los datos en la tabla siguiente:

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4			Capital	Rendimiento	Interés anual
5		A	68000	4,20%	2856
6		B	90000	3,75%	3375
7		C	12000	6,00%	720
8		Total	170000		6951
9					

En la columna C hemos concretado unos capitales inventados, pero cercanos a la posible solución y con suma 170000. Sobre esta tabla podemos concretar los parámetros del problema:

Celda objetivo: E8, que es el rendimiento total.

Celdas que cambian: C5 a C7, la composición de la cesta.

Restricciones: C6 ha de valer, como mínimo, 170000/2 = 85000 €, la celda C7 no debe llegar a 15000 €, y la C8 ha de contener 170000 €

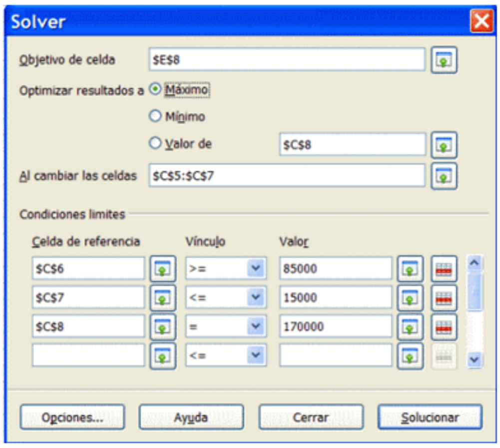
Objetivo que se pretende: Maximizar

Todo esto se puede concretar en la herramienta **Solver**.

Pulsa sobre el menú **Herramientas** y elige **Solver...**

En la ventana que se abre concreta objetivo, celdas que cambian, restricciones, etc.

Estudia bien la forma de hacerlo:



Pulsamos **Solucionar**, y en este caso existe la solución, 7027,50 €. Elegimos **Mantener resultados** y podemos ver que la solución es:

	Capital	*Rendimiento*	*Interés anual*
A	70000	4,20%	2940
B	85000	3,75%	3187,5
C	15000	6,00%	900
Total	170000		7027,5

Invertir 70000 € en A, 85000 € en B y 15000 € en C

Otras posibilidades serían:

Pide **Mínimo** en lugar de **Máximo** y obtendrás la solución de **6375 €**, si se invierte todo el dinero en C)

Puedes también lograr que la inversión rinda una cantidad determinada (entre el mínimo y el máximo), por ejemplo 6800 €. Para ello elige **Valor de** e iguálalo a **6800.** Obtendrás una solución si en **Opciones** (busca el botón) no obligas a que los valores sean **enteros**: Obtendrás esta solución:

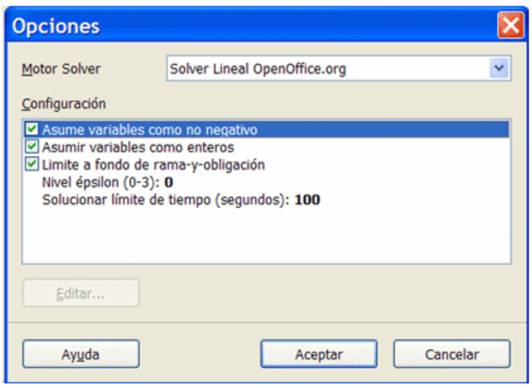
	Capital	***Rendimiento***	***Interés anual***
A	19444,44	4,20%	816,67
B	135555,56	3,75%	5083,33
C	15000	6,00%	900
Total	170000		6800

Opciones de Solver

A veces Solver no puede encontrar la solución. Este se puede deber a tres causas:

- El problema es de tipo indefinido. Existen muchas soluciones.
- Las soluciones tienden a infinito (especialmente en problemas de máximos) y se produce un desbordamiento.
- No hay convergencia. Las soluciones no se acercan lo suficiente al objetivo

Esta última posibilidad se puede a veces corregir con el botón de Opciones. Observa la ventana:



Tiene cuatro posibilidades de toma de decisión:

Asume variables como no negativo

Lo normal en problemas prácticos es que las cantidades sean positivas, luego esta opción debe estar activada siempre, salvo que admitas valores negativos, que quizás sean los que te devuelvan una solución.

Asumir variables como enteros

Esta opción la marca claramente el problema. Hay variables, como las personas, los camiones o el número de llamadas telefónicas, que son números enteros, y otras, como el dinero o los porcentajes, que admiten decimales. En este caso deberás desactivar esta opción.

Nivel épsilon

Pulsa con doble clic sobre esta opción para cambiar el nivel de exigencia de aproximación (el cero) a otros que toleren un error mayor (de 1 a 3)

Límite de tiempo

Con 100 segundos tienes de sobra en ejemplos sencillos. Si ves que no converge de ninguna forma, amplíalo.

En las SUGERENCIAS DE USO puedes consultar algún ejemplo más.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

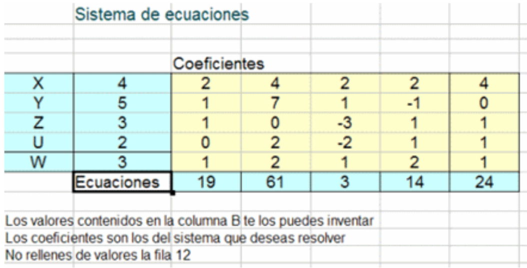
Con un poco de habilidad, la herramienta Solver puede resolver sistemas de ecuaciones lineales, con un máximo de cinco ecuaciones.

Imagina que deseas resolver este sistema

2X+Y+Z+W=10
4X+7Y+2U+2W=30
2X+Y-3Z-2U+W=-2
2X-Y+Z+U+2W=10
4X+Z+U+W=14

Bastará reflejar cuatro de las ecuaciones como restricciones, y la quinta como la celda a optimizar. Tanto en unas como en otra, deberemos usar el signo =

Abre la hoja SISTE1.ODS, que ya está preparada para alojar una ecuación y tratarla con Solver.



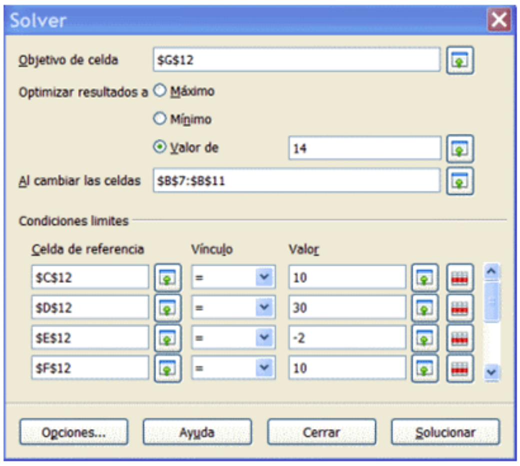
Sistema de ecuaciones

		Coeficientes				
X	4	2	4	2	2	4
Y	5	1	7	1	-1	0
Z	3	1	0	-3	1	1
U	2	0	2	-2	1	1
W	3	1	2	1	2	1
	Ecuaciones	19	61	3	14	24

Los valores contenidos en la columna B te los puedes inventar
Los coeficientes son los del sistema que deseas resolver
No rellenes de valores la fila 12

En la imagen ya están escritos los coeficientes y los valores de las incógnitas están elegidos aleatoriamente.

Sobre estos datos aplicamos Solver de la siguiente forma:

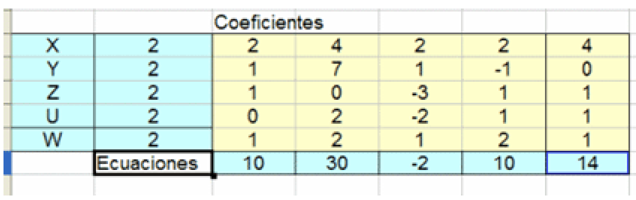


Las cuatro primeras ecuaciones están tratadas como restricciones. Observa las celdas C12 a F12 y los valores asignados: 10, 30, -2 y 10 que son los segundos miembros de esas ecuaciones.

La quinta ecuación se ha tratado como celda a optimizar con una asignación de valor de 14, que es el último término independiente.

El rango a cambiar es el que contiene los valores de las incógnitas.

Pulsa en **Solucionar** y obtendrás



		Coeficientes				
X	2	2	4	2	2	4
Y	2	1	7	1	-1	0
Z	2	1	0	-3	1	1
U	2	0	2	-2	1	1
W	2	1	2	1	2	1
	Ecuaciones	10	30	-2	10	14

que es la solución del sistema: X=Y=Z=U=W=2

Si deseas resolver un sistema de menor número de ecuaciones, rellena con ceros y usa un menor número de restricciones.

MODELOS DE SIMULACIONES

A continuación te invitamos a estudiar modelos de simulaciones ya construidos para que te sirvan de ejemplo.

Simulación de quinielas de 14 resultados

Archivo QUINIELA.ODS

Lo destacable de este modelo es la posibilidad de aprovechar un solo número aleatorio para simular varios sucesos. Si en cada partido el 1 tiene probabilidad p1, la X probabilidad p2 y el 2 p3, bastará interpretar el resultado de un número aleatorio de esta forma:

Si el número aleatorio N es menor que p_1, interpretaremos que ha salido un 1. En caso contrario, si N es menor que p_1+p_2, se interpreta como X, y en caso contrario será un 2.

Lotería Primitiva

Archivo PRIMI.ODS

En el modelo anterior no importa que se repitan el 1, la X o el 2, incluso es inevitable. Si te has quedado con el deseo de aprender a simular sucesos que no se puedan repetir, consulta el modelo **primi.ods.**

En él se desarrolla el truco siguiente:

Se escribe la lista de números del 1 al 49 en la primera fila del rectángulo gris, que representa los números que van quedando pendientes de salir.

Cuando sale un número determinado, se copia la lista hasta ese número en la siguiente fila, pero a partir de él, el que se copia es el siguiente, con lo que el número que ha salido desaparece de la lista. Consulta las fórmulas que están contenidas en las celdas grises de la derecha. Cada fila representa los números que no han salido en la apuesta.

Para sacar un número, primero generamos su número de orden, de forma aleatoria (columna ***Aleatorio***). Observa que el primero estará comprendido entre 1 y 49, el segundo entre 1 y 48, y así sucesivamente descendiendo su límite superior.

Después, con la función ÍNDICE, extraemos de la lista de números pendientes el que ocupa el lugar determinado por el número aleatorio, constituyendo el siguiente número de la apuesta.

Tirada de dados

Archivo DADOS.ODS

Este modelo hace uso de macros y de botones. Es un buen ejemplo de lo que se puede lograr con Calc de una forma no demasiado complicada. Se puede usar directamente en el aula para realizar investigaciones estadísticas.

Sugerencias de uso didáctico

Módulos de resolución y análisis de situaciones

La idea de módulos de resolución se nos ocurrió en los años 80, cuando con los primeros ordenadores personales venía incluida la Hoja de Cálculo **Multiplan** y vimos que con ella se podían organizar muy bien los cálculos conducentes a la obtención del valor de una variable dentro de un ámbito de fórmulas. La concurrencia de profesores de Matemáticas, Física y Química hizo que pudiéramos abordar muchos temas que permitieran estas resoluciones automáticas.

El primer "resolvedor" que se creó fue el de **Resolución de triángulos** mediante las fórmulas trigonométricas. Con este modelo se aprendían conceptos básicos como:

- Número de datos mínimos para resolver un problema en un ámbito de fórmulas.
- Distinción entre problemas imposibles, de varias soluciones o con datos redundantes.
- Comprobación de soluciones mediante módulos con cálculos inversos.
- Resoluciones por tanteo, como alternativa a métodos de cálculo cerrados.

Nos animamos a usar esta técnica en temas tan distintos como: cálculo de intereses, sucesiones aritméticas y geométricas, tiro parabólico, movimientos uniformemente acelerado y armónico, relaciones entre gramos, moles y litros, etc.

Después de estos años de experiencia, se puede aconsejar que:

- El uso de estos módulos se debe restringir a una o dos sesiones por curso
- En las asignaturas de Informática es muy útil la construcción de estos **RESOLVEDORES**, pues con ellos se conoce mejor la Hoja de Cálculo y se repasan conocimientos de otras asignaturas. En el resto, es preferible que usen modelos ya confeccionados y probados, para dedicarse sólo a la confección de organigramas de rutas de resolución.
- Es muy enriquecedor presentar al alumnado situaciones concretas (Ver SITUACIONES.PDF) y que sean ellos los que organicen las variables, fórmulas y tablas para estudiarlas.

Consulta los apartados **RESOLVEDORES** y **ANÁLISIS DE SITUACIONES** de las Sugerencias de uso, donde encontrarás varios ejemplos más del uso de estos instrumentos.

Simulaciones

Confeccionar modelos con simulaciones está al alcance del profesorado y de cierto tipo de alumnado, y hay que aconsejar su uso. Constituyen una forma de realizar experimentos aleatorios que sin ellas costarían mucho tiempo.

Consulta el apartado Simulaciones de las **SUGERENCIAS** .

Ideas para el trabajo final

Esta última sesión te permite planificar un ejercicio final de curso adaptado a todas aquellas cuestiones que permitan usar un ámbito de fórmulas y variables o bien se presten al análisis de una situación.

Igualmente, todos aquellos trabajos estadísticos que se basen en simulaciones permiten la creación de hojas de trabajo o de recogida de datos. Destacamos las siguientes modalidades de trabajo final

Módulos de resolución

Se puede resumir todo un tema en varios ámbitos de variables y fórmulas (Ver **PARALELO.ODS**), y sobre ellos construir toda una propuesta de trabajo que incluya:

- Pequeños apuntes de teoría
- Módulos de resolución, rutas de resolución o análisis de situaciones.
- Baterías de problemas
- Comentarios

Las materias de Tecnología, Mecánica y Geometría se prestan muy bien a este tipo de propuestas.

Unidad didáctica

Se puede planificar toda una unidad didáctica, con la condición de usar el programa Calc, adjuntando los modelos que se van a usar en ella. No se pide un desarrollo extenso, sino un conjunto de ideas prácticas.

Apuntes sobre todo un tema

Existen temas que permiten ser resumidos en varias hojas de cálculo cada una con un apunte interactivo de teoría. Son verdaderas cajas de herramientas para el aprendizaje de algunos conceptos y propiedades.

Página web o colección de entradas en un blog

Como trabajo final se puede presentar cualquier página que trate del uso de la hoja de cálculo, adjuntando modelos de hoja de cálculo traducidos a HTML o enlazados a la página principal. También es frecuente ver cómo se trata un tema cualquiera mediante entradas consecutivas en un blog. Por ejemplo, se puede explicar paso a paso la forma de construir un archivo de seguimiento de calificaciones, que al ser extenso se pueda dividir en varias entradas.

Creación de presentaciones a partir del desarrollo de un tema

Con vistas al uso de una PDI, cualquier propuesta de trabajo se puede convertir en una presentación de Impress, con lo que se marcan los pasos necesarios para el aprendizaje y se pueden volcar las tablas, gráficos o módulos de resolución empleados.

Simulaciones

Muchos problemas técnicos se pueden estudiar mediante una simulación. Las que están más a nuestro alcance son las basadas en números aleatorios. Puedes presentar un trabajo final en el que se combinen simulaciones y teoría, y que se proponga al alumnado usar ambas vías para resolver un problema. La pregunta del ejercicio 1 es representativa de esta forma de proceder.

Observación final:

Cualquier trabajo final basado en los conceptos y técnicas que se han aprendido en este curso deberá ir acompañado de las hojas de cálculo que se vayan a usar en el mismo. No se pide ningún trabajo teórico.

CONTENIDO